

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Theo thống kê, xác suất thành công một lần sút penalty của Messi là $\frac{2}{3}$. Messi sút lần lượt 5 lần penalty một cách độc lập. Xác suất để Messi sút thành công ít nhất một lần trong 5 lần đó bằng

A. $\frac{2}{243}$. B. $\frac{1}{243}$. C. $\frac{242}{243}$. D. $\frac{241}{243}$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 3: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x + 30) - 5] \leq 0$?

A. 31. B. 14. C. 6. D. 30.

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = \sqrt{3}$, $AB = 1$. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy là điểm M thỏa mãn $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng (Làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $\frac{a\sqrt{210}}{15}$. B. $\frac{a\sqrt{210}}{45}$. C. $\frac{a\sqrt{714}}{17}$. D. $\frac{a\sqrt{714}}{51}$.

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2+2x-m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. 10. B. 11. C. 9. D. 12.

Câu 6: Người ta muốn sản xuất một bể nước theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính và có thể tích là $16m^3$. Biết giá của mỗi mét vuông kính là 500000 đồng. Số tiền tối thiểu phải trả để làm bể nước trên (triệu đồng) thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(14; 16)$. B. $(16; 18)$. C. $(18; 20)$. D. $(20; 22)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2+4m+3)x + 5m^3 + 1$ (1). Gọi S là tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số (1) đạt cực đại tại x_1 , đạt cực tiểu tại x_2 sao cho $x_1^2 = x_2$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng.

A. $S > 6$. B. $S \in (-3; 3)$ C. $S \in (3; 6)$. D. $S < -3$.

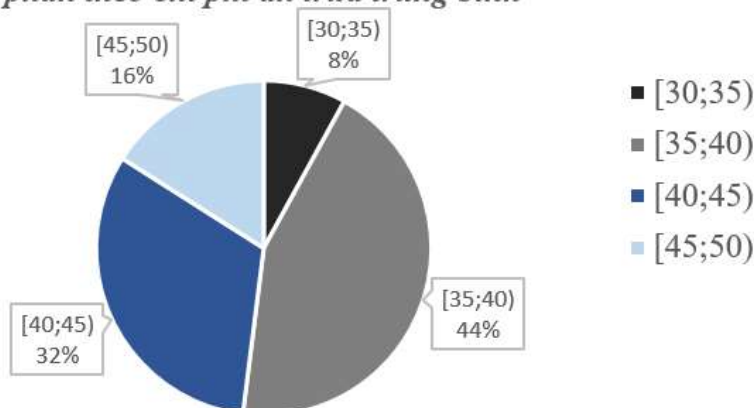
Câu 8: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc CC' sao cho $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'}$, điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$. B. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$.
C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{12}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$. D. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$.

Câu 9. Kết quả khảo sát 175 nhân viên văn phòng về chi phí trung bình cho mỗi suất ăn trưa của họ được tổng kết lại ở biểu đồ sau (đơn vị: nghìn đồng).

Biểu đồ tần số tương đối của nhân viên văn phòng

phân theo chi phí ăn trưa trung bình



Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn đến hàng phần nghìn).

- A. 36,932. B. 39,773. C. 42,614. D. 38,752.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 7.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Khi đó $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{3^n}$

- A. Không xác định. B. $L = +\infty$. C. $L = -\frac{5}{6}$. D. $L = 0$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 60° .

Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Câu 14: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh là a . Gọi M là trung điểm của AB , N trên đoạn CD sao cho $ND = 2NC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC}$

- A. $\frac{3}{4}a^2$. B. $\frac{1}{4}a^2$. C. $-\frac{1}{4}a^2$. D. $\frac{7}{12}a^2$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -1)$ và $A(1; -1; 2)$. Điểm $M(m; n; p)$ thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Tổng $m + n + p$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 7. D. -8.

Câu 16: Giả sử một thành phố có số dân vào năm 2024 vào khoảng 3,1 triệu người với tốc độ gia tăng dân số trung bình mỗi năm là 0.75%, đến năm 2030 dân số thành phố đó gần nhất với số nào sau đây

- A. 4 (triệu người). B. 3,24 (triệu người).
C. 5 (triệu người). D. 3,8 (triệu người).

Câu 17: Số liệu thống kê 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm 20). Kết quả được thống kê trong bảng sau:

| Điểm | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | |
|--------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| Tần số | 1 | 1 | 3 | 5 | 8 | 13 | 19 | 24 | 14 | 10 | 2 | $N = 100$ |

Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu thống kê.

- A. 2,01. B. 1,89. C. 1,98. D. 1,99.

Câu 18: Cho tam giác ABC biết độ dài ba cạnh BC , CA , AB lần lượt là a , b , c và thỏa mãn hệ thức

$$b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2) \text{ với } b \neq c. \text{ Khi đó, góc } BAC \text{ bằng}$$

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

Câu 19: Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn" B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Tính xác suất có điều kiện $P(B|A)$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 20: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a$, $AD = 2a$, $AA_1 = 3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A_1BD) bằng bao nhiêu?

- A. a . B. $\frac{7}{6}a$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{6}{7}a$.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\sin 2x - \sin x - 2m \cos x + m = 0$, m là tham số.

a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin x - m) = 0$.

b) Với mọi m , phương trình luôn có nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

c) Khi $m = 2$ thì phương trình có đúng một nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right]$.

d) Có hai giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt trên $\left[\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right]$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C) .

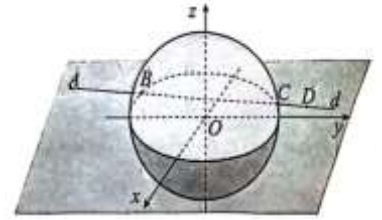
a) Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 4$ là $y = 9x - 31$.

b) Số điểm cực trị của hàm số $y = [f(x)]^{2024}$ bằng 2.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(\log_2 x - 2)$ trên đoạn $[1; 128]$ bằng 20.

d) Điểm $M(a; b)$ thuộc đường tròn $(T): (x + 14)^2 + y^2 = 5$ sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất (với A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C)). Khi đó $a + b = -17$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế để phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 417 km. Một máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d từ điểm $A(-688;-185;8)$ đến điểm $D(222;565;8)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).

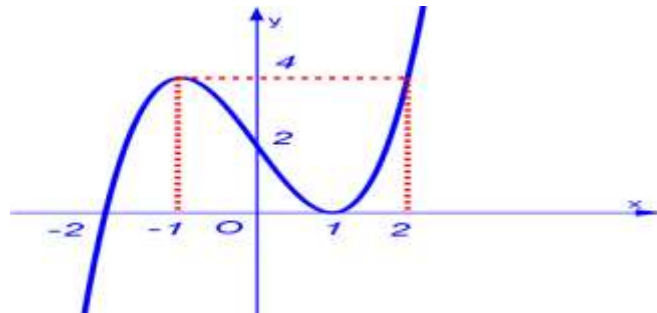


- Khoảng cách AD (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) bằng 1180 km.
- Toạ độ của vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar là $B(-415;40;8)$.
- Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 590 km.
- Biết vận tốc của máy bay là 900 km/h thì thời gian di chuyển của máy bay trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 19,7 phút (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 3, $SA = SB = SD = \sqrt{6}$ và tam giác ABD đều. Giả sử (P) là mặt phẳng thay đổi, luôn đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (SCD) .

- Số đo góc nhị diện $[S, DC, A]$ bằng 45° .
- Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.
- Điểm M thay đổi trong không gian sao cho biểu thức $T = |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi T đạt giá trị nhỏ nhất, thể tích khối chóp $S.ABMD$ bằng 3.
- Gọi α là góc giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (P) . Giá trị nhỏ nhất của $\cos \alpha$ bằng $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



- Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x-1)$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right]$ bằng 3.
- Phương trình $f(f(x)+1) = f(x)$ có 7 nghiệm phân biệt.
- Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)}$ là 3.
- Có đúng 5 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 5x| + m - 4)$ có ít nhất 3 điểm cực trị.

Câu 6: Để nghiên cứu về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm đạt tiêu chuẩn và khả năng bị chấn thương vùng đầu, người ta thống kê 61906 bệnh nhân bị tai nạn xe máy, kết quả thể hiện trong bảng thống kê sau:

| Kết quả Chất lượng mũ bảo hiểm | Bị chấn thương vùng đầu | Không bị chấn thương vùng đầu |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| Mũ đạt tiêu chuẩn | 3190 | 21012 |
| Mũ không đạt tiêu chuẩn | 11101 | 26603 |

Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân trong số 61906 người bị tai nạn xe máy.

Xét các biến cố:

A là biến cố: "Người đó bị chấn thương vùng đầu";

B là biến cố: "Người đó đội mũ bảo hiểm đạt tiêu chuẩn".

a) $A \cap B$ là biến cố: "Người đó đội mũ bảo hiểm đạt tiêu chuẩn và bị chấn thương vùng đầu".

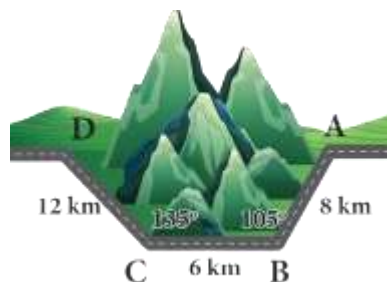
b) Xác suất để bệnh nhân đó bị chấn thương vùng đầu nếu biết người này đội mũ bảo hiểm đạt tiêu chuẩn là $P(A|B) < 0,13$

c) Xác suất để bệnh nhân đó bị chấn thương vùng đầu nếu biết người này đội mũ bảo hiểm không đạt tiêu chuẩn là $P(A|\bar{B}) \approx 0,294$ (làm tròn đến hàng phần nghìn)

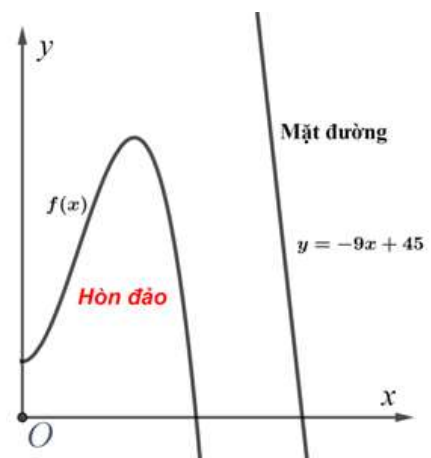
d) Xác suất một người lái xe máy gặp tai nạn bị chấn thương vùng đầu khi đội mũ bảo hiểm không đạt tiêu chuẩn gấp khoảng a lần xác suất một người lái xe gặp tai nạn bị chấn thương vùng đầu khi đội mũ bảo hiểm đạt tiêu chuẩn. Giá trị của a là 2,23 (làm tròn đến hàng phần trăm)

Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Để tránh núi, đường giao thông hiện tại phải đi vòng như mô hình trong. Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D . Hỏi độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét so với đường cũ?

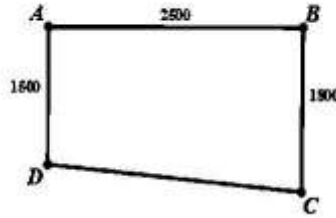


Câu 2: Có một hòn đảo nằm trong một vịnh biển, giả sử rằng đường bao sát biển của hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần bên phải trục tung của đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ và giả sử một con đường trong đất liền chạy trên một đường thẳng có phương trình $y = -9x + 45$ như hình vẽ, với đơn vị của hệ trục là 100m. Tập đoàn đầu tư du lịch S muốn làm một cây cầu vượt biển có dạng một đoạn thẳng nối từ con đường trong đất liền ra hòn đảo để khai thác du lịch sinh thái. Tính độ dài ngắn nhất (đơn vị: mét) của cây cầu cần làm với kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



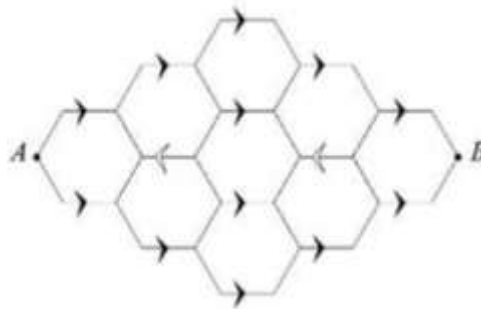
Câu 3: Cho dãy gồm 2021 số được sắp thứ tự tăng dần như sau: $C_4^4; C_5^4; \dots; C_{2023}^4; C_{2024}^4$. Lấy ngẫu nhiên ba số hạng liên tiếp từ dãy số đã cho, biết xác suất để tổng của ba số này là một số lẻ bằng $\frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị $a + b$.

Câu 4. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D , như hình vẽ.



Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25\text{ m}$, $AD = 15\text{ m}$, $BC = 18\text{ m}$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm , $a\text{ cm}$, 6 cm tương ứng. Tìm giá trị của a .

Câu 5. Một con bọ di chuyển từ điểm A đến điểm B dọc theo các đoạn thẳng trong mạng lưới lục giác như hình bên dưới.



Các đoạn thẳng có dấu mũi tên chỉ được di chuyển theo hướng của mũi tên và con bọ không bao giờ di chuyển trên cùng một đoạn thẳng quá một lần. Vậy con bọ có bao nhiêu con đường khác nhau từ A đến B ?

Câu 6. Một số tự nhiên được gọi là số thú vị nếu số này có 8 chữ số đôi một khác nhau được lập thành tập $\{1; 2; \dots; 8\}$ và số đó chia hết cho 1111. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên như thế?